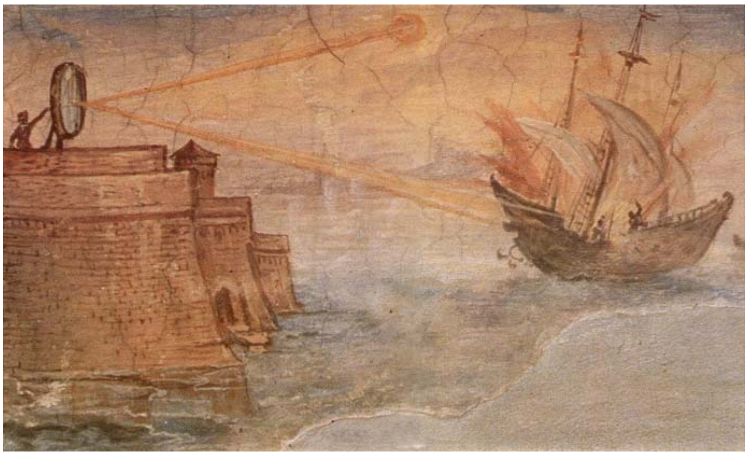
IL MUSEO DELLA MATEMATICA DI AVELLINO

Soluzione della prof.ssa Agata Mazzarella



Il capolavoro dell'architetto fiorentino Giulio Parigi non valorizza la macchina che probabilmente realizzò Archimede in quanto:

1. non sono raffigurati più specchi orientati in modo da formare una sorta di ombrello
2. tutta l'energia luminosa non è concentrata in un punto, ma nell'affresco è rappresentato un fascio luminoso che tende ad aprirsi verso l'imbarcazione.

LE CASSATINE DI SAN MARCO DEI CAVOTI

Soluzione (calcolata) della prof.ssa Agata Mazzarella

3 vassoi da 10 = 30 cassatine

30= 20+4+6

20 cassatine consumate al pranzo

4 cassatine conservate dalla padrona di casa

6 cassatine confezionate in 3 pacchetti per gli ospiti

Se invece acquisto 3 vassoi da 8= 24 e comprendono le cassatine

consumate a pranzo (20) e le 4 cassatine conservate dalla padrona di casa.

Alle 24 cassatine vanno aggiunte le 6 confezionate per gli ospiti. Infatti 24+6=30

Soluzione (commentata) del prof. Luigi Boscaino

Partiamo dal ragionamento di mia cugina, la quale osservando con sospetto il piccolo fardello contenente le due cassatine, ha esclamato: *Non capisco, i conti non tornano!* … e continuando: *se abbiamo portato tre vassoi da 10 cassate e tre vassoi da 2 ci tornano indietro è come se avessimo portato tre vassoi da 8, ovvero 24 cassatine. Se a queste aggiungiamo le 4 che ha trattenuto la nostra ospite arriviamo a 28. Dove sono finite le altre 2 cassatine?*

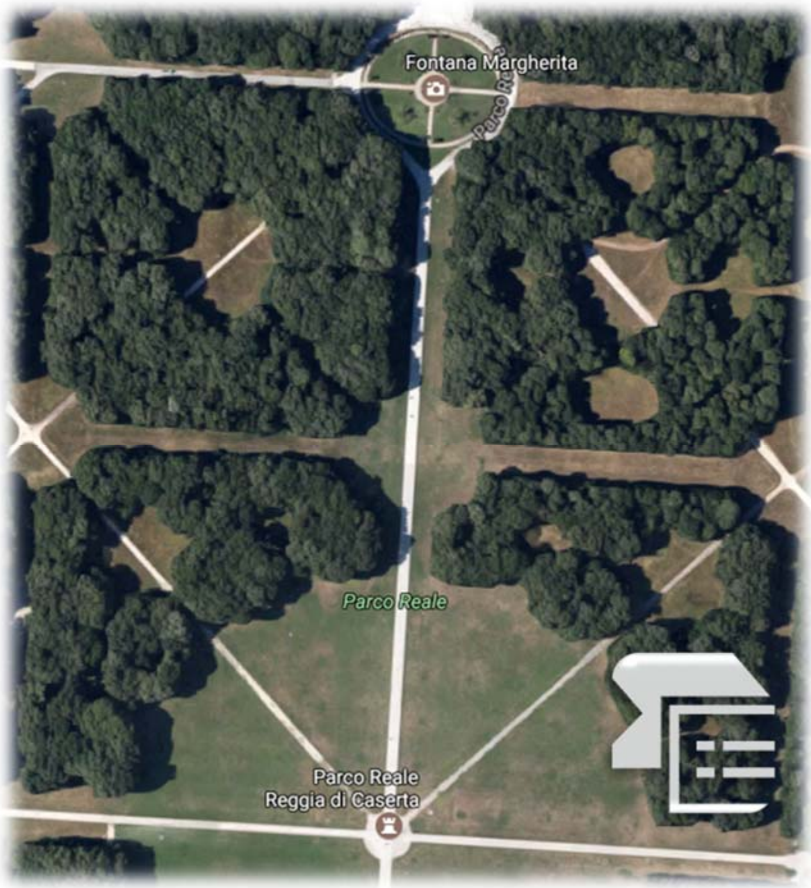
La prima parte del ragionamento di mia cugina, anche se farraginosa, è corretta. Infatti, ogni famiglia ha donato 10 cassate, tuttavia le stesse famiglie ne hanno ricevute 2 accomiatandosi dai loro ospiti. Quindi se avessimo portato in dono tre confezioni da 8 cassate sarebbero state più che sufficienti per il pranzo. La seconda parte del ragionamento condotto da mia cugina è privo di riflessione ed è stato il frutto di un istintivo desiderio di tirare le somme. I 24 dolcini portati in dono si dividono in 20 consumati a tavola dai commensali più 4 trattenuti dalla famiglia ospitante. Pertanto, non ha alcun senso sommare i 4 dolci ai 24 presenti nei tre vassoi in quanto ne fanno già parte. In definitiva, l’operazione non corretta che spiega l’ingenua valutazione da parte della mia consanguinea consiste nell'aver sommato alle 24 cassatine le 4 trattenute dalla padrona di casa.

N.B. questo problema è volutamente ispirato al problema del conto in pizzeria. Problema capzioso in cui, tra sconto e mancia, si creano le condizioni per un falso disavanzo contabile.

I GIARDINI DELLA REGGIA DI CASERTA

Soluzione della prof.ssa Agata Mazzarella

La diagonale del quadrato che rappresenta il percorso rettilineo è pari a 400m, mentre il sentiero lungo è costituito dai due lati del quadrato. Il lato l è pari a



l=$\frac{d}{\sqrt{2}} = \frac{400}{\sqrt{2}}\ m = 282{,}8m$

il sentiero lungo è 2l quindi pari a 282,8*2=565,6 m

Poiché la velocità media è data dal rapporto tra lo spazio percorso e il tempo impiegato a percorrerlo possiamo calcolare le velocità medie dei due gruppi:

1 gruppo

$v_m = \frac{400\ m}{8\ min} = 50m/min$

$v_m = \frac{50\ m}{min} . \frac{60min}{1h} . \frac{1Km}{1000m} = 3Km/h$

2 gruppo

$v_m = \frac{565{,}6\ m}{8\ min} = 70{,}7m/min$

$v_m = \frac{70{,}7\ m}{min} . \frac{60min}{1h} . \frac{1Km}{1000m} = 4{,}2\ Km/h$

Soluzione del prof. Luigi Boscaino

Come si evince anche dalla pianta di Google Maps, la figura geometrica tracciata dai sentieri è un quadrato. Il sentiero che unisce la piazzola, in cui i gruppi si sono separati, e la fontana, rappresenta la diagonale del quadrato. Sappiamo che tale diagonale misura 400 m. Ciò consente di calcolare il percorso alternativo che corrisponde a due lati del quadrato.

Indicato con $\boldsymbol{l}$ il lato del quadrato, con $\boldsymbol{d}$ la sua diagonale e con $\boldsymbol{t}$ il tempo, sappiamo dalla geometria euclidea che $l = \frac{d}{\sqrt{2}}$, dunque, riconducendo le distanze in *km* e il tempo in ore (*h*)...

$d = 0{,}4\ Km$ (percorso breve)

$t = \frac{8}{60} h = \frac{2}{15} h$ (conversione di minuti in ore)

$l = \frac{0{,}4}{\sqrt{2}} Km \cong 0{,}283\ Km$ (misura del lato del quadrato)

A questo punto, avendo esplicitato i dati necessari a rilevare le andature dei due gruppi, si procede con il calcolo delle relative velocità medie. Indicata con v_1 la velocità media tenuta nel tratto breve, si ha

$$v_1 = \frac{0{,}4\ Km}{\frac{2}{15} h} = 3\ Km/h$$

Indicata con v_2 la velocità media tenuta percorrendo due lati del quadrato, si ha

$$v_2 = \frac{2 \cdot 0{,}283\ Km}{\frac{2}{15} h} \cong 4{,}2\ Km/h$$

(approssimando il risultato alla prima cifra decimale)

LIMONCELLO AMALFITANO

Soluzione della prof.ssa Agata Mazzarella

800 piante producono:

800 piante *44Kg/pianta= 35200Kg

Peso di 1 limone = 110 g= 0,11Kg

Numero di limoni prodotti dalle 800 piante

35200kg:0,11Kg=320000 limoni

Se con 10 limoni realizzo 2 litri di limoncello con 320000 limoni realizzerò:

x= 320000*2/10= 64000 litri di limoncello

64000l=6400000cl

Se devo confezionare bottiglie da 75 cl allora

n. bottiglie= 6400000:75=85333,3

Rispetto alla previsione 100000 posso produrre

100000-85333= 14667 bottiglie in meno

ACCOGLIENZA PROFUGHI

Soluzione del prof. Luigi Boscaino

Diciamo subito che si tratta di un problema di Massimo Comun Divisore. Infatti, per risalire al numero di centri in cui distribuire lo stesso numero di rappresentanti per ogni categoria, si procede con la scomposizione in fattori primi del numero di arrivi previsti per ogni categoria.

CATEGORIE	SESSO	ETA'	NUMERO PREVISTO
	MASCHI	OLTRE 50 ANNI	1440
	MASCHI	TRA 30 E 50 ANNI	3456
	MASCHI	INFERIORE A 30 ANNI	3600
	FEMMINE	OLTRE 30 ANNI	2304
	FEMMINE	INFERIORE A 30 ANNI	3600

Presi i fattori comuni una sola volta con il minimo esponente, si ottiene il MCD di tutte le quantità scomposte che corrisponde a 144.

Pertanto i centri di accoglienza da predisporre per ospitare i nuovi arrivi dovranno essere 144. Per capire quanti individui per categoria dovranno formare i gruppi eterogenei è sufficiente dividere il numero di rappresentanti di ogni categoria per 144.

In ognuna delle 144 strutture preposte all'accoglienza vi saranno 100 individui assortiti secondo la tabella che segue:

CATEGORIE	SESSO	ETA'	NUMERO PER CENTRO
	MASCHI	OLTRE 50 ANNI	10
	MASCHI	TRA 30 E 50 ANNI	24
	MASCHI	INFERIORE A 30 ANNI	25
	FEMMINE	OLTRE 30 ANNI	16
	FEMMINE	INFERIORE A 30 ANNI	25

IL GIARDINO DELLA MINERVA

Soluzione della prof.ssa Agata Mazzarella

Calcoliamo la lunghezza dell'arco **A** con r= *3 m* ,

$\frac{C}{4}{}_{A} = 2\Pi\ r = \frac{2}{4}\ \Pi\ *3m\ = \frac{3}{2}\ \Pi$ m

Per l'arco **B** r= *5 m*

$\frac{C}{4}{}_{B} = 2\Pi\ r = \frac{2}{4}\ \Pi\ *5m\ = \frac{5}{2}\ \Pi$ m

e, infine, poiché r= *7 m* per l'arco **C**

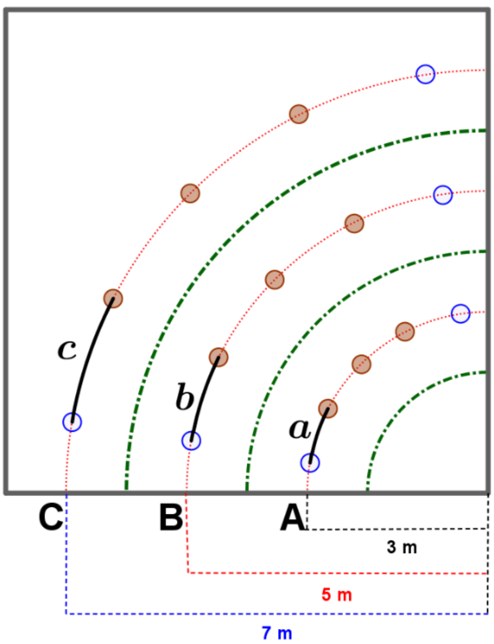
$\frac{C}{4}{}_{C} = 2\Pi\ r = \frac{2}{4}\ \Pi\ *7m\ = \frac{7}{2}\ \Pi$ m

$\frac{C}{4}{}_{B} - \frac{C}{4}{}_{A} = \left(\frac{5}{2}\ \Pi - \frac{3}{2}\ \Pi\right) m = \Pi\ m$

$\frac{C}{4}{}_{C} - \frac{C}{4}{}_{B} = \left(\frac{7}{2}\ \Pi - \frac{5}{2}\ \Pi\right) m = \Pi\ m$

La differenza tra i raggi è pari a 2

Per calcolare la misura degli archi *a, b* e *c posso scrivere le relazioni:*



- $\frac{a}{2} + a + a + a + a + \frac{a}{2} = \frac{3}{2}\Pi$

  $5a = \frac{3}{2}\Pi$

  $a = \frac{3}{10}\Pi = 0{,}94$

- $\frac{b}{2} + b + b + b + b + \frac{b}{2} = \frac{3}{2}\Pi$

  $5b = \frac{5}{2}\Pi$

  $b = \frac{5}{10}\Pi = \frac{\Pi}{2} = 1{,}57$

- $\frac{c}{2} + c + c + c + c + \frac{c}{2} = \frac{7}{2}\Pi$

  $5c = \frac{7}{2}\Pi$

  $c = \frac{7}{10}\Pi = 2{,}2$

Soluzione del prof. Luigi Boscaino

Dato che le misure dei raggi differiscono di due unità (3, 5, 7 sono consecutivi dispari) e si può facilmente constatare che l'arco rappresenta un quarto di circonferenza ovvero $\frac{\pi}{2}r$.

Dunque, sostituendo le misure dei raggi e sottraendo le coppie:

$$\frac{5}{2}\pi - \frac{3}{2}\pi = \pi$$

$$\frac{7}{2}\pi - \frac{5}{2}\pi = \pi$$

Considerando i due mezzi archi agli estremi dell'aiuola come un arco intero, si può affermare che gli archetti di misura a, b e c sono presenti 5 volte in ogni quarto di circonferenza. Sara sufficiente dividere per 5 ogni quarto di circonferenza.

$$a = \frac{3 \cdot 3{,}14}{2} \cdot \frac{1}{5} \Rightarrow a = 94\ cm$$

$$b = \frac{5 \cdot 3{,}14}{2} \cdot \frac{1}{5} \Rightarrow b = 157\ cm$$

$$c = \frac{7 \cdot 3{,}14}{2} \cdot \frac{1}{5} \Rightarrow c \cong 220\ cm$$

TERZA PROCEDURA:

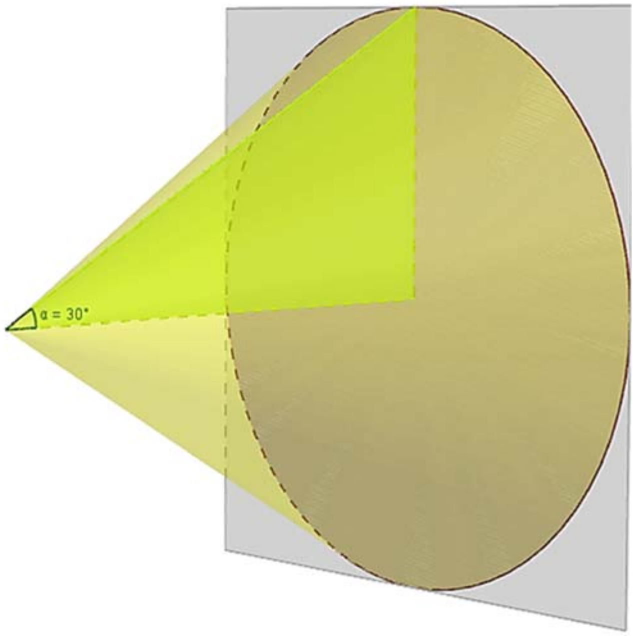
L'intera circonferenza si divide in 20 settori circolari di lunghezza *l*, tali che:

$$l = \frac{2\pi r}{20} \Rightarrow l = \frac{\pi r}{10},$$

Sostituendo le misure dei tre raggi si ottengono i valori di a, b e c.

LA TAZZA FARNESE

Soluzione del prof. Luigi Boscaino



Il triangolo rettangolo in evidenza ha per cateti la distanza dalla parete e il raggio del cerchio di proiezione. Dato che l'angolo al vertice del cono misura 30 gradi il triangolo rettangolo è la metà del triangolo equilatero ottenuto dalla sezione del cono con un piano contenente la sua altezza. Dato che il diametro del preziosissimo piatto misura 20 cm e l'ingrandimento prevede una proiezione 300 volte più grande della superficie dell'oggetto reale.

L'area del piatto è

$A = 100\pi \text{ cm}^2$

L'area della proiezione è $A_p = 300 \cdot 100\pi \text{ cm}^2$.

Per calcolare il raggio del cerchio di proiezione (cateto minore del triangolo), divido l'area per π e, successivamente, estraggo la radice quadrata

$r = \sqrt{\frac{300 \cdot 100\pi}{\pi}} \; cm \Rightarrow r = 173{,}21 \; cm,$

l'ipotenusa, trattandosi di un triangolo equilatero, sarà

$i = 2 \cdot 173{,}21 \; cm \Rightarrow i = 346{,}42 \; cm$

infine la misura della distanza di proiezione (cateto maggiore del triangolo rettangolo), applichiamo il teorema di Pitagora

$d = \sqrt{120000 - 30074{,}5} \; cm \Rightarrow d \cong 300 \; cm$

Per ricavare i lumen del proiettore basta risolvere la proporzione:

$$x \; lumen : 400 \; lux = 2000 \; lumen : 256 \; lux$$

$$x = \frac{400 \cdot 2000}{256} \Rightarrow x = 3125 \; lumen$$